

Resumen de las fórmulas de cinemática:

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{v}_0 t + \frac{1}{2} \bar{a} t^2 \quad \bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a} t \quad \bar{v}^2 - \bar{v}_0^2 = 2\bar{a}(\bar{r} - \bar{r}_0)$$
$$\bar{v}_m = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} \quad \bar{a}_m = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} \quad \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} \quad \bar{a}_t = \frac{d\|\bar{v}\|}{dt}$$

Ejercicios de cinemática en una dimensión (4º ESO/1º de Bachillerato):

- 1º Una locomotora eléctrica de juguete se mueve con velocidad constante de 0.35 m/s. ¿Qué espacio recorre en 2 minutos? **Sol:** 42 m.
- 2º Un coche sube un puerto de 5 km en 0.24 h y tarda 0.08 h en bajar los 6 km que tiene el otro lado. ¿Qué velocidad media llevó en el trayecto completo? **Sol:** 34.4 km/h.
- 3º Un ciclista se desplaza en línea recta pasando por un punto que dista $r_1 = 8$ m respecto a la salida en $t_1 = 2$ s, por un punto que dista $r_2 = 40$ m en $t_2 = 12$ s, y por el punto $r_3 = 80$ m a los $t_3 = 28$ s. Si las posiciones están expresadas en metros, calcula las velocidades medias del ciclista en km/h para:
- El intervalo de tiempo $t_2 - t_1$.
 - El intervalo de tiempo $t_3 - t_1$.
- Sol:** a) 11.5 km/h; b) 9.97 km/h.
- 4º La luz viaja a $3 \cdot 10^8$ m/s. El año luz es la distancia recorrida por la luz en un año. El objeto estelar más cercano a la Tierra está situada a cuantos años luz. ¿A qué distancia se encuentra? **Sol:** $3.78 \cdot 10^{16}$ m.
- 5º Un monorriel recorre los 2 km que separan dos puntos de un recinto ferial con una velocidad media de 60 km/h. ¿Cuánto tarda? **Sol:** 2 min.
- 6º Un chico circula en bicicleta a 15 km/h. En el instante en el que se comienza a contar tiempos, empieza a frenar deteniéndose tras recorrer 10 m.
- ¿Con qué aceleración de frenado ha realizado este movimiento?
 - Escribe la ecuación de velocidad de este movimiento.
 - ¿Qué tiempo tarda en parar?
- Sol:** a) 0.87 m/s^2 ; b) $v(t) = 4.17 - 0.87t$; c) 4.8 s.
- 7º Por un punto pasa un cuerpo con una velocidad constante de 20 m/s. Dos segundos mas tarde, parte del mismo punto en la misma dirección y sentido otro cuerpo con aceleración constante de 2 m/s^2 . Calcular:
- Tiempo que tarda el segundo cuerpo en alcanzar al primero.
 - ¿A que distancia lo alcanza?
 - Velocidad de cada uno en ese instante.
- Sol:** a) 21.83 s; b) 476.6m; c) El primero 20 m/s y el segundo 43.66 m/s.
- 8º La ecuación de un movimiento uniforme es:
- $$r(t) = 25 - 5t \text{ m}$$
- Indica que significado tiene cada uno de los coeficientes de la ecuación.
 - ¿En qué instante pasa el móvil por el origen?
- Sol:** a) La posición inicial es 25 m del origen y la velocidad inicial -5 m/s; b) 5 s.

9º La ecuación de un movimiento en unidades del SI es:

$$r(t) = 28 - 6t \text{ m}$$

- a) ¿De qué tipo de movimiento se trata?
- b) ¿En qué instante pasa el móvil por el origen de coordenadas?

Sol: a) Movimiento rectilíneo uniforme; b) 4.7 s.

10º Una partícula se mueve en una dimensión siguiendo la ecuación:

$$r(t) = -5t^2 + 100t + 220 \text{ m}$$

Calcula:

- a) La velocidad instantánea en función del tiempo.
- b) La posición y la velocidad en el instante $t = 0$ s.
- c) Los instantes en que el móvil pasa por el origen.
- d) El instante en que el móvil invierte el sentido de su movimiento y la posición que ocupa en ese momento.

Sol: a) $v(t) = -10t + 100$ m/s; b) 220 m y 100 m/s; c) 22 s y -2 s; d) 10 s y 720 m.

11º Dos vehículos salen a la misma hora de dos puntos que distan entre sí 40 km en línea recta. El vehículo 1 se mueve con $v_1 = 90$ km/h y el vehículo 2 con $v_2 = 60$ km/h. Calcula el instante y la posición (respecto al punto de partida del vehículo 1) en que se produce el encuentro:

- a) Si los vehículos van en el mismo sentido.
- b) Si los vehículos van en sentidos contrarios.

Sol: a) 1.33 h y a 119.7 km; b) 0.267 h y a 24 km.

12º Un coche lleva una velocidad de 72 km/h y se encuentra con un muro a 50 m. Si frena con una aceleración negativa a 2 m/s^2 . ¿Se para antes de chocar? **Sol:** No.

13º Un tren que se desplaza por una vía recta, en el momento en que empezamos a contar tiempos, lleva una velocidad de 36 km/h. Un observador que va en la cabina de mandos comprueba que cada 15 s el tren aumenta su velocidad en 18 km/h.

- a) Calcula la aceleración del tren.
- b) Escribe la ecuación de la velocidad.
- c) Calcula su velocidad tras 15 s.

Sol: a) 0.33 m/s^2 ; b) $v(t) = 10 + 0.33t$ m/s; c) 15 m/s.

14º Un tren se mueve en línea recta y acelera pasando de 18 km/h a 90 km/h en 2 minutos.

Calcula:

- a) La aceleración media del tren.
- b) La velocidad media del tren.
- c) ¿Qué distancia ha recorrido en esos 2 min?
- d) ¿Qué velocidad tiene el tren a los 45 s?
- e) Si después de 2 min continúa con movimiento uniforme, ¿qué espacio recorre en 10 min empezando a contar en el momento en que la velocidad es 18 km/h?

Sol: a) 0.167 m/s^2 ; b) 15.02 m/s; c) 1802.4 m; d) 12.515 m/s; e) 13.8 km.

15º Una pelota choca perpendicularmente contra una pared con velocidad de 10 m/s y rebota con una velocidad de 6 m/s. Si la duración del choque es de 0.4 s, calcula:

- a) La variación de la velocidad en el choque.
- b) La aceleración media de la pelota durante el choque.

Sol: a) 16 m/s; b) 40 m/s^2 .

- 16°** Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo. **Sol:** 4 s.
- 17°** Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con velocidad inicial de 15 m/s. Calcula:
a) La altura máxima alcanzada.
b) El tiempo que tarda en alcanzar esa altura.
c) La velocidad con que llega al suelo y el tiempo que tarda en caer.
Sol: a) 11.47 m; b) 1.53 s; c) -15 m/s y tarda 3.06 s.
- 18°** Ana lanza hacia arriba una pelota, que llega hasta la ventana de su casa, situado a 7.4 m del punto de lanzamiento. ¿Con qué velocidad lanzó Ana la pelota y al cabo de cuánto tiempo vuelve a recuperarla? **Sol:** 12 m/s; 2.44 s.
- 19°** Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 200 m/s, al cabo de 4 s, se lanza otro igual con la misma velocidad. Calcula:
a) La altura a la que se encuentran.
b) El tiempo que tardan en encontrarse.
c) La velocidad de cada cuerpo en el momento en que se encuentran.
Sol: a) 2019 m; b) 18.4 s; c) $v_1 = -19.7$ m/s y $v_1 = 19.5$ m/s.
- 20°** Se lanzan dos cuerpos verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 400 m/s y con un intervalo de 20 s. Calcula:
a) Tiempo que tarda en alcanzar la máxima altura.
b) La altura máxima alcanzada.
c) El tiempo que los dos cuerpos tardan en cruzarse y la distancia desde ese punto de cruce al de lanzamiento.
d) La velocidad de cada cuerpo en el punto de cruce.
Sol: a) 40.8 s; b) 8155 m; c) 50.7 s desde el lanzamiento del primero;
d) El primero con -97.4 m/s y el segundo con 98.8 m/s.
- 21°** Desde una altura de 80 m se deja caer una piedra. Dos segundos después se lanza otra desde el suelo en la misma vertical con una velocidad de 50 m/s. Calcular:
a) El tiempo que tardan en encontrarse.
b) La altura a la que se produce el encuentro.
Sol: a) 2.86 s; b) 39.38 m.
- 22°** Desde un globo que se está elevando a 2 m/s se deja caer una piedra cuando el globo se encuentra a 50 m de altitud. Calcular:
a) ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en llegar al suelo?
b) ¿Con qué velocidad llega?
Sol: a) 3.4 s; b) -31.32 m/s.
- 23°** Desde un globo que está ascendiendo a 5 m/s se suelta un saco de lastre en el instante en que se encuentra a 100 m de altura. Despreciando el rozamiento con el aire, calcula con qué velocidad chocará el saco contra el suelo. **Sol:** -45 m/s.
- 24°** Un globo que asciende verticalmente a una velocidad constante de 15 m/s, deja caer de él un saco, que llega al suelo al cabo de 20 s. Despreciando el rozamiento con el aire, determina a que altura estaba el globo cuando se dejó caer el saco. **Sol:** 1662 m.

- 25° Desde la azotea de un edificio de 120 m de altura se lanza hacia abajo una pequeña bola que lleva una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula:
a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
b) La velocidad que tiene en ese momento.
Sol: a) 3.31 s; b) -52.47 m/s.
- 26° Desde la azotea de un edificio de 30 m se cae un cuerpo. En el mismo instante y desde el suelo se lanza, en vertical y hacia arriba, otro cuerpo con una velocidad inicial de 20 m/s. ¿Cuándo y donde se cruzan los dos cuerpos? **Sol:** Tras 1.5 s y 18.95 m.
- 27° Se lanza desde el suelo hacia arriba una piedra al mismo tiempo que se deja caer otra desde una altura de 60 m. ¿Con qué velocidad se debe lanzar la primera para que las dos lleguen al mismo tiempo al suelo? **Sol:** 17.1 m/s.
- 28° Un automóvil está parado en un semáforo. Cuando se enciende la luz verde arranca con aceleración constante de 2 m/s^2 . En el momento de arrancar, un camión con velocidad constante de 54 km/h lo adelanta. Calcula:
a) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que el coche adelanta al camión?
b) ¿A que distancia del semáforo lo alcanza?
c) ¿Qué velocidad tiene el coche en ese momento?
Sol: a) 15 s; b) 225 m; c) 108 km/h.
- 29° Imagina que estás situado sobre un puente de una autovía recta. En un instante dado, pasa por debajo de él un camión a 80 km/h. A los 15 s pasa un coche en el mismo sentido y a 120 km/h.
a) ¿En qué instante adelanta el coche al camión?
b) ¿En qué posición se produce el adelantamiento?
Sol: a) 45 s; b) 1000 m.
- 30° Imagina que estás situado sobre un puente de una autovía recta. Divisas dos coches que circulan en sentido contrario y con velocidades de 90 km/h y 110 km/h. A los 35 s se cruzan debajo del puente en el que estás. ¿A que distancia estaban al principio?
Sol: 1944.6 m.
- 31° Un testigo que está en la calle ha visto llegar al suelo una maceta (Que ha caído desde la ventana de una casa) y ha podido casualmente medir su velocidad de llegada 20.3 m/s mediante una cámara de video. El juez exculpa al vecino del tercer piso al que habían acusado de imprudencia. ¿En qué se basó? Suponer que hay una altura de 3.5 metros entre piso y piso.
Sol: Una maceta no puede llegar al suelo con esa velocidad desde esa altura.
- 32° Un coche lleva una velocidad de 70 km/h, frena y para en 8 s. ¿Con qué aceleración frena? ¿Qué espacio recorre has pararse? **Sol:** -2.43 m/s^2 ; 77.44 m.
- 33° Un coche viaja de noche a 72 km/h y de repente encuentra un camión estacionado a 30 m de distancia. Frena con la máxima aceleración negativa de 5 m/s^2 . Calcular:
a) El tiempo que tarda en detenerse.
b) ¿Choca contra el camión?
Sol: a) 4 s; b) si.

- 34°** Un gamberro ha robado el bolso de una señora. Cuando el gamberro está a 20 m de la señora, un policía que se encontraba despistado justo al lado de la pobre mujer sale en persecución del caco, si el policía corre a 12 km/h y el gamberro a 10 km/h, ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarle? **Sol:** 36 s.
- 35°** En un cruce existe una limitación de velocidad a 40 km/h. Un coche pasa por él a una velocidad de 72 km/h, que mantiene constante. En ese momento arranca una moto de la policía en la misma dirección y sentido, alcanzando una velocidad de 108 km/h en 10 s y manteniendo constante esta velocidad. ¿Cuánto tarda la moto en alcanzar al coche? ¿a qué distancia lo alcanza respecto al punto de donde salió? A los 100 m de alcanzarse se detienen ambos vehículos, ¿cuál ha sido la aceleración de cada uno? **Sol:** 15 s y 500 m; automóvil frena con -2 m/s^2 y motocicleta con -4.5 m/s^2 .
- 36°** Un coche circula a 54 km/h cuando está a 55 m de un semáforo, en este momento frena porque el semáforo se ha puesto rojo. Si el conductor tarda en comenzar a frenar en 1 s, ¿qué aceleración de frenado debe emplear para pararse? **Sol:** -2.8 m/s^2 .
- 37°** Se dispara un proyectil verticalmente hacia arriba con velocidad $v_0 = 100 \text{ m/s}$. Medio segundo después, con la misma arma, se dispara un segundo proyectil en la misma dirección y con idéntica velocidad. Determinar:
- La altura a la que se encuentran ambos proyectiles.
 - La velocidad de cada uno al encontrarse.
 - El tiempo transcurrido desde el primer disparo hasta el choque.
- Se desprecian los rozamientos. **Sol:** a) 510 m; b) -2.41 m/s , 2.49 m/s . c) 10.25 s
- 38°** Un automóvil alcanza en línea recta los 100 km/h en 5 s partiendo del reposo.
- ¿Qué aceleración media ha tenido?
 - ¿Cuánto vale la velocidad media?
 - ¿Qué velocidad tiene a los 2 s de iniciado el movimiento?
 - ¿Qué distancia ha recorrido en ese tiempo?
- Sol:** a) 5.55 m/s^2 ; b) 13.88 m/s^2 ; c) 11.1 m/s ; d) 69.4 m
- 39°** Una persona observa un objeto que pasa frente a una ventana de 1.5 m, primero de subida y luego de bajada. Si el tiempo total que ve el objeto es de 0.2 s, hallar a qué altura sube sobre la ventana. **Sol:** 10.51 m.
- 40°** Un cohete se dispara verticalmente y sube con aceleración de 20 m/s^2 durante un minuto. en ese instante se acaba el combustible y sigue moviéndose como partícula libre. Calcular:
- La altura máxima alcanzada.
 - El tiempo que está el cohete en el aire.
- Sol:** a) 109.5 km; b) 331 s.
- 41°** Un globo se eleva verticalmente con velocidad de 5 m/s y abandona un peso en el instante en que el globo está a 20 m del suelo. Calcular:
- La posición y la velocidad del peso al cabo de 1 s de soltar la masa.
 - El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La velocidad del peso cuando llega al suelo.
- Sol:** a) 20 m, -4.81 m/s ; b) 2.6 s; c) -20.4 m .

- 42° Un móvil que comienza en línea recta y desde el origen de coordenadas tiene por ecuación de velocidad:

$$v(t) = 40 - 5t \text{ m/s}$$

Determine, en unidades del SI:

- La velocidad cuando se empieza a cronometrar.
- El tiempo en que la velocidad es cero.
- La ecuación de la posición si el móvil inicia su movimiento desde $x_0 = 0$ m.
- ¿En que instantes el móvil pasa por el origen del sistema de referencia?
- La velocidad, el desplazamiento y el espacio recorrido en 16 s.

Sol: a) 40 m/s; b) 8 s; c) $r(t) = 40t - 2.5t^2$ m; d) 0 s y 16 s; e) - 40 m/s, 0 m, 320 m.

- 43° Cupido lanza una flecha que incide sobre San Valentín produciendo un grito de dolor. Si Cupido oye este grito exactamente un segundo después de disparar su flecha y la velocidad media de la flecha es de 40 m/s, ¿qué distancia les separa? Dato: Velocidad del sonido 340 m/s. **Sol:** 35.8 m

- 44° Determinar la profundidad de un pozo seco, cuando al dejar caer una piedra se oye el golpe de esta con el suelo al cabo de 1 s. Velocidad del sonido 340 m/s. **Sol:** 4.86 m

- 45° Desde el borde de una sima se deja caer una piedra con el fin de medir la profundidad. Desde que se suelta hasta que se oye el impacto con el suelo pasan 4 s. Sabiendo que la velocidad del sonido es 330 m/s, determina dicha profundidad. **Sol:** 71.6 m.

- 46° Se cae una piedra en un pozo tardando 3.5 s en percibirse el sonido del impacto con el fondo. Calcula su profundidad. Dato: Velocidad del sonido 340 m/s. **Sol:** 54.6 m.

- 47° Desde un precipicio se lanza verticalmente hacia abajo una piedra, con una velocidad de 5 m/s. El sonido ($v_s = 340$ m/s) de la piedra al chocar con el suelo se oye a los 6.5 s de soltarla. ¿Desde que altura se lanzó? **Sol:** 200.4 m.

- 48° Un ciclista circula a 20 km/h por una carretera recta. Se cruza con otro, en la misma dirección y sentido contrario, que circula a 10 km/h. Indica la velocidad relativa entre ambos. **Sol:** 30 km/h.

- 49° El tiempo de detención se define como la suma del tiempo de reacción de un conductor más el tiempo de frenado de su vehículo. Un coche marcha a 70 km/h y debe parar en 60 m. Si el tiempo de reacción del conductor es de 1.5 s, ¿cuál será la aceleración de frenado? **Sol:** -6.13 m/s^2 .

- 50° Un coche que va a 120 km/h recorre, antes de parar uniformemente sobre una carretera seca, un mínimo de 112 m. Suponiendo que el tiempo de respuesta del conductor es de 0.3 s, calcula:

- La aceleración de frenado del coche.
- El tiempo total que el coche tarda en detenerse.

Sol: a) -5.4 m/s^2 ; b) 6.5 s.

- 51° En la propaganda de un coche se indica que tarda 5.5 s en alcanzar los 100 km/h. Calcula la aceleración del coche y el espacio que recorre en ese tiempo.

Sol: 5.05 m/s^2 ; 76.38 m.

- 52° En el instante en que un semáforo cambia a luz verde, un automóvil arranca con una aceleración constante de 2.2 m/s^2 . En ese momento un camión, que viaja a una velocidad constante de 9.5 m/s , pasa al automóvil. Calcula:
- ¿A que distancia del semáforo el automóvil alcanza al camión?
 - ¿Qué velocidad lleva el automóvil en ese instante?
- Sol:** a) 82 m ; b) 19 m/s .
- 53° En la piscina, un chico se deja caer desde un trampolín y llega al agua con una velocidad de 7.7 m/s .
- ¿A que altura estaba el trampolín?
 - Al llegar al agua, tarda 1.8 s en perder toda la velocidad. Calcula la aceleración que ha soportado al entrar en el agua.
- Sol:** a) 3 m ; b) -4.3 m/s^2 .
- 54° Expresa en una ecuación de velocidad y de posición el siguiente movimiento: un móvil que marcha a la velocidad de 7 m/s aumenta su velocidad a razón de 2 m/s y parte inicialmente a 20 m de nuestra posición. **Sol:** $r(t) = 20 + 7t + t^2$ y $v(t) = 7 + 2t$.
- 55° Calcula la velocidad inicial de una motocicleta que frena con una aceleración constante de 8 m/s^2 , sabiendo que se para a los 3 s de iniciar la frenada. **Sol:** 24 m/s .
- 56° En la ecuación de velocidad:
- $$v(t) = 15 - 3t \text{ m}$$
- Indica el significado de 15 y el de -3 .
- Sol:** 15 representa velocidad inicial y -3 es una aceleración de frenado.
- 57° Una chica va en bicicleta a una velocidad de 15 km/h , en un momento dado y a 10 m de ella, se le cruza un niño detrás de una pelota. Calcula:
- ¿Con qué aceleración debe frenar?
 - ¿Qué tiempo tarda en parar?
 - Escribe la ecuación de la posición respecto de un sistema de referencia cuyo origen se encuentra en el niño.
- Sol:** a) 0.87 m/s^2 ; b) 4.8 s ; c) $r(t) = -10 + 4.2t - 0.435t^2$.
- 58° Alicia ve el autobús que debe tomar en la parada y sale corriendo para subir a él a 6 m/s . Cuando se encuentra a 10 m del autobús, este arranca con una aceleración uniforme de 0.5 m/s^2 . Calcula el tiempo que Alicia tardará en alcanzarlo. **Sol:** 1.8 s .
- 59° Un conductor viaja en un vehículo a una velocidad de 54 km/h . El coche que circula delante se detiene de repente y el conductor tarda 2 s en reaccionar y pisar el freno. A partir de ese momento, su coche para en 3 s . Halla la aceleración de frenado del vehículo y la distancia de seguridad que debería llevar para no chocar con el de delante. **Sol:** -5 m/s ; 52.5 m .
- 60° Durante una tormenta se ve un relámpago y poco después se oye un trueno. Calcula la distancia a la que nos encontramos de la zona donde cayó un relámpago si oímos el trueno a los 30 s . Datos: velocidad del sonido 340 m/s . **Sol:** 10200 m .
- 61° Una chica situada entre dos montañas emite un sonido y oye ecos del mismo al cabo de 4 y 5.5 s . Cual es la distancia entre las dos montañas. **Sol:** 935 m .

Ejercicios de cinemática en dos dimensiones (1º de Bachillerato):

- 1º Una persona recorre 30 m hacia el norte en 30 s, después recorre 40 m hacia el este en 35 s y por último recorre 60 m hacia el sur en 50 s. Determina el desplazamiento total.
Sol: 40 m este y 30 m sur.

- 2º El vector de posición de una partícula viene dado por la ecuación vectorial en función del tiempo:

$$\vec{r}(t) = (4t, 2+t) \text{ m}$$

Halla la posición del móvil en los tiempos 0, 2, 4 y 5 s.

Sol: $\vec{r}(0) = (0, 2) \text{ m}$; $\vec{r}(2) = (8, 4) \text{ m}$; $\vec{r}(4) = (16, 6) \text{ m}$; $\vec{r}(5) = (20, 7) \text{ m}$.

- 3º La posición de una partícula viene dada por la ecuación:

$$\vec{r}(t) = (5-t, 2t, 0) \text{ m}$$

Halla el desplazamiento entre 3 y 4 s. **Sol:** $\Delta\vec{r} = (-1, 2, 0) \text{ m}$.

- 4º Un perro se lanza a cruzar un río. Su vector de posición en función del tiempo, expresado en unidades del SI, viene dado por:

$$\vec{r}(t) = (2t, 5t) \text{ m}$$

Calcula:

- Los vectores de posición para $t = 1 \text{ s}$ y $t = 3 \text{ s}$.
- El desplazamiento en ese intervalo.
- La velocidad media en ese intervalo y su módulo.
- La velocidad instantánea a los 3 s y su módulo.
- La ecuación de la trayectoria.

Sol: a) $\vec{r}(1) = (2, 5) \text{ m}$, $\vec{r}(3) = (6, 15) \text{ m}$; b) $\Delta\vec{r} = (4, 10) \text{ m}$; c) $\vec{v}_m = (2, 5) \text{ m/s}$;

$v_m = |\vec{v}_m| = 5.4 \text{ m/s}$; d) $\vec{v}(3) = (2, 5) \text{ m/s}$; e) $y = 5x/2$.

- 5º Una pelota choca contra una pared con una velocidad $\vec{v}_0 = (-1.73, -1) \text{ m/s}$ y sale despedida con una velocidad de $\vec{v}_f = (1.39, -0.8) \text{ m/s}$. Si la duración del choque ha sido de 0.1 s y se desprecia el efecto de la gravedad, halla:

- La variación de la velocidad en el choque.
- El módulo de la aceleración de la bola durante el choque.

Sol: a) $\Delta\vec{v} = (3.12, 0.2) \text{ m/s}$; b) $\vec{a}_m = (31.2, 2) \text{ m/s}^2$; $a_m = 31.26 \text{ m/s}^2$.

- 6º Una partícula describe una parábola cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$x(t) = 200t \quad y(t) = 100 - 5t^2$$

Determina:

- La ecuación de la trayectoria.
- El vector de posición en función del tiempo.
- El vector velocidad en función del tiempo y su módulo.
- El vector aceleración.
- El radio de curvatura de la trayectoria en el instante $t = 1 \text{ s}$.

Sol: a) $y = 100 - x^2/8000$; b) $\vec{r}(t) = (200t, 100 - 5t^2)$; c) $\vec{v} = (200, -10t)$;

d) 4010 m.

7º El vector de posición de un móvil en función del tiempo es:

$$\vec{r}(t) = (2t, -t^2) \text{ m}$$

Determina:

- El desplazamiento efectuado por el móvil entre los instantes $t = 1$ s y $t = 3$ s.
- La velocidad instantánea a los 3 segundos.
- La aceleración en cualquier instante.

Sol: a) $\Delta\vec{r} = (4, -8) \text{ m}$; b) $\vec{v} = (2, -6) \text{ m/s}$; c) $\vec{a} = (0, -2) \text{ m/s}^2$.

8º Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es:

$$\vec{r}(t) = (7t, 1 + 7t - 5t^2) \text{ m}$$

Calcula:

- Los vectores de posición en los instantes $t = 0$ y $t = 1$ s.
- El vector de desplazamiento en el primer segundo.
- La velocidad media en ese intervalo de tiempo y su módulo.
- La velocidad en el instante $t = 1$ s y su módulo.

Sol: a) $\vec{r}(0) = (0, 1) \text{ m}$, $\vec{r}(1) = (7, 3) \text{ m}$; b) $\Delta\vec{r} = (7, 2) \text{ m}$;

c) $\vec{v}_m = (7, 2) \text{ m/s}$, $|\vec{v}_m| = 7.3 \text{ m/s}$; d) $\vec{v}(1) = (7, -3) \text{ m/s}$, $|\vec{v}(1)| = 7.6 \text{ m/s}$.

9º La posición de una partícula en el plano viene dada por la ecuación vectorial:

$$\vec{r}(t) = (t^2 - 6, t + 3) \text{ m}$$

Calcula:

- La posición de la partícula para $t = 2$ s y $t = 3$ s.
- La velocidad media en ese intervalo.
- La velocidad instantánea para $t = 2$ s y su módulo.

Sol: a) $\vec{r}(2) = (-2, 5) \text{ m}$, $\vec{r}(3) = (3, 6) \text{ m}$; b) $\vec{v}_m = (5, 1) \text{ m/s}$;

c) $\vec{v}(2) = (4, 1) \text{ m/s}$, $|\vec{v}(2)| = 4.1 \text{ m/s}$.

10º La ecuación del movimiento de un móvil, expresadas las magnitudes en el SI, es:

$$\vec{r}(t) = (4t - 7, 1.5t^2 + 14) \text{ m}$$

Calcula:

- La velocidad y su módulo en cualquier instante.
- La aceleración y su módulo.
- Las componentes intrínsecas de la aceleración en $t = 1$ s.

Sol: a) $\vec{v}(t) = (4, 3t) \text{ m/s}$, $|\vec{v}(t)| = \sqrt{16 + 9t^2} \text{ m/s}$; b) $\vec{a}(t) = (0, 3) \text{ m/s}^2$,

$|\vec{a}(t)| = 3 \text{ m/s}^2$; c) $a_t = 1.8 \text{ m/s}^2$, $a_c = 2.4 \text{ m/s}^2$.

11º El vector de posición de un barco que cruza un canal de 400 m de anchura es:

$$\vec{r}(t) = (2t, 3t) \text{ km}$$

El tiempo t está medido en horas y las distancias, en km. Calcula:

- El tiempo que tarda el barco en cruzar el canal.
- Las coordenadas de los puntos de salida y llegada.

Sol: a) 0.2 h; b) (0.4, 0.6) km.

- 12° Calcula la aceleración que lleva un móvil cuya ecuación de velocidad, en unidades internacionales, es:

$$\vec{v}(t) = (2t + 2, -4) \text{ m/s}$$

Sol: $\vec{a}(t) = (2, 0) \text{ m/s}^2$.

- 13° El vector de posición de un barco que cruza un puerto de 1.6 km de anchura es:

$$\vec{r}(t) = (2t, 0.5t - 0.5) \text{ km}$$

El tiempo t está medio en horas. El viaje comienza cuando el reloj del puerto marca las 12 h y 15 min y termina cuando $x = 1.6$ km. Calcula las coordenadas de los puntos de salida y llegada. ¿A qué hora llegó el barco? **Sol:** 13 h y 3 min.

- 14° Un proyectil se lanza con una velocidad de 200 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. Calcule a los 8 s de su lanzamiento:

- El vector velocidad y el ángulo que forma ésta con el eje vertical.
- El vector de posición.

Sol: a) $\vec{v} = (173, 20) \text{ m/s}$, 83.4°; b) $\vec{r} = (1384, 480) \text{ m}$

- 15° En un duelo del lejano Oeste un pistolero dispara horizontalmente una bala con velocidad de 200 m/s desde una altura de 1.25 m. Calcular la distancia mínima entre los adversarios, para que la presunta víctima no sea alcanzada. **Sol:** 101 m.

- 16° Desde una altura de 10 m sobre el suelo, se lanza horizontalmente un objeto con velocidad de 20 m/s. Determinar:

- La distancia a la que toca el suelo, medida desde el punto de lanzamiento.
- El ángulo que forma la trayectoria con el suelo en el momento del impacto.
- El vector unitario tangente a la trayectoria en el punto en que toca el suelo.

Sol: a) 28.3 m; b) 35.2°; c) (0.82, -0.58).

- 17° Un avión que vuela a 800 m deja caer una bomba 1000 m antes de sobrevolar el objetivo y hacer blanco en él. ¿Qué velocidad tiene el avión? **Sol:** 79.4 m/s.

- 18° Se lanza una pelota con velocidad \vec{v} de componentes: $v_x = 20 \text{ m/s}$ y $v_y = 16 \text{ m/s}$. Calcular:

- El tiempo que está subiendo.
- La altura que alcanza.
- La distancia a que se debe encontrar otro jugador de la misma talla para devolver la pelota.

Sol: a) 1.6 s; b) 13 m; c) 65 m.

- 19° Se dispara un proyectil con velocidad horizontal de 20 m/s desde lo alto de un acantilado de 100 m de altura. Calcular su alcance máximo. **Sol:** 89.44 m

- 20° Con velocidad de 200 m/s y ángulo de lanzamiento de 37° se lanza un proyectil. Se pide:

- El alcance máximo que alcanza en la horizontal.
- Si en la mitad de su camino existe una colina de 800 m de altura, ¿choca con ella?

Sol: a) 3840 m; b) 724.4 m.

- 21°** El famoso cañón Berta (de la 1ª Guerra Mundial) tenía un alcance máximo (ángulo de 45°) de 100 km. Despreciando la resistencia del aire, calcular:
- La velocidad del proyectil al salir por la boca del cañón.
 - La altura máxima del proyectil en tiro vertical.
- Sol:** a) 990 m/s; b) 50 km.
- 22°** Un cañón se ajusta con un ángulo de tiro de 45°. Dispara una bala con una velocidad de 300 m/s.
- ¿A que altura llegará la bala?
 - ¿Cuánto tiempo estará en el aire?
 - ¿Cuál es el alcance horizontal?
- Sol:** a) 2250 m; b) 42.4 s; c) 9000.
- 23°** Un avión de bombardeo baja en picado a una velocidad de 700 km/h, formando un ángulo de 45° con la horizontal. Cuando está a una altura de 400 m sobre el suelo suelta una bomba. Calcular:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La velocidad con que llega.
 - Distancia horizontal recorrida desde el instante de lanzamiento.
- Sol:** a) 2.66 s; b) 214 m/s; c) 366 m.
- 24°** Un avión en vuelo horizontal a la altura de 300 m y velocidad 72 m/s desea batir un barco que se desplaza a 24 m/s en la misma dirección y sentido que el avión. Determinar a que distancia, desde la vertical del avión, debe soltar la bomba para lograr el impacto. ¿cuál sería esa distancia si el barco se moviera en sentido contrario hacia el avión? **Sol:** 376 m en el mismo sentido y 751 m en el contrario.
- 25°** Un astronauta que está en un planeta extraño descubre que puede saltar una distancia horizontal máxima de 30 m, si su velocidad inicial es de 9 m/s. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en este planeta? **Sol:** 2.7 m/s².
- 26°** Se dispara un proyectil de tal manera que su alcance horizontal es igual al triple de su altura máxima. ¿Cuál es el ángulo de lanzamiento? **Sol:** 53.1°.
- 27°** Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s. se quiere dar en un blanco situado a 2000 m de distancia del cañón y a una altitud de 500 m respecto de la posición del mismo. ¿Con qué ángulo de elevación se debe efectuar el disparo? **Sol:** 18.19°
- 28°** Dos coches salen a la vez de un cruce de calles rectas y perpendiculares entre sí, con velocidades constantes de 82 km/h y 70 km/h, respectivamente. ¿Qué marcará el cronómetro cuando la distancia entre los dos coches sea de 40 m? **Sol:** 1.34 s.
- 29°** Una jugadora de golf lanza la pelota con una velocidad de 30 m/s, formando un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo la pelota.
 - La altura máxima alcanzada.
 - El valor de la velocidad con la que la pelota toca el suelo.
- Sol:** a) 3.93 s; b) 19 m; c) 30 m/s.

- 30°** Un astronauta impulsa en la Luna una pelota de golf con una velocidad de 30 m/s. Si la velocidad forma con la horizontal un ángulo de 45° . Calcula el tiempo que tarda en caer y el alcance máximo. Dato: Gravedad lunar 1.63 m/s^2 . **Sol:** 549 m.
- 31°** Desde lo alto de un acantilado de 50 m sobre el mar se lanza con una velocidad de 15 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal.
- ¿Qué tiempo tarda la piedra en llegar al agua?
 - ¿A qué distancia llega la piedra?
- Sol:** a) 4.8 s; b) 36 m.
- 32°** Un antenista está trabajando en el tejado de un edificio que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Se le cae un martillo, que resbala y, al llegar al extremo del tejado, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura de edificio es de 60 m. Calcula:
- La ecuación de la trayectoria.
 - La distancia de la fachada a la que caerá el martillo.
 - El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese momento.
- Sol:** a) $y = 60 - 0.577x - 6.55 \cdot 10^{-2} x^2$; b) 26.2 m; d) 3.03 s.
- 33°** Una avioneta vuela horizontalmente a 100 m de altura sobre el suelo. Si, cuando su velocidad es de 180 km/h, deja caer un paquete, calcula, prescindiendo del rozamiento con el aire:
- La ecuación de la trayectoria del paquete.
 - El punto donde toca con el suelo (suponiendo que es horizontal).
 - El tiempo que tarda en caer.
 - La velocidad del paquete a los 2 s de la caída.
- Sol:** a) $y = 100 - 1.96 \cdot 10^{-3} x^2$; b) (226, 0) m; c) 4.51 s; d) (50, -19.6) m/s, 53.7 m/s.
- 34°** Se quiere cruzar un río de 70 m de ancho en una barca. La velocidad de la corriente es de 2 m/s y la de la barca es de 5 m/s.
- ¿Qué ángulo debe formar la dirección de la velocidad de la barca respecto a la velocidad de la corriente del río para llegar al punto de enfrente al punto de partida?
 - ¿Qué tiempo tarda en llegar?
- Sol:** a) 113.6° ; b) 15.3 s.
- 35°** Un piragüista se dispone a cruzar un canal de 50 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 1 m/s. La piragua lleva una velocidad horizontal de 2.25 m/s y una dirección perpendicular a la de las aguas del canal.
- Calcula la velocidad total del piragüista.
 - ¿Qué tiempo tarda en cruzar el canal?
- Sol:** a) 2.46 m/s; b) 22.2 s.
- 36°** Un avión que vuela con rumbo SN a una velocidad constante de 400 km/h se ve sometido a un viento constante de dirección OE que sopla a 20 km/h. ¿Qué rumbo tomará el avión? **Sol:** 87.14° respecto a la recta OE.

- 37° Un remero a bordo de su piragua se dispone a cruzar un río de 240 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 6 m/s. El remero consigue que la piragua lleve una velocidad constante de 8 m/s remando en dirección perpendicular a la de la corriente. Halla:
- El tiempo que tarda en cruzar el río.
 - La velocidad resultante con que cruza el río.
 - El punto de la otra orilla en el que llega el remero, referido a la perpendicular del punto de salida.

Sol: a) 30 s; b) 10 m/s; c) (180, 240) m.

- 38° Un chico y una chica se encuentran frente a frente en cada una de las orillas de un canal de 3 m de ancho, como se muestra en la figura. La chica pone en marcha, sobre el agua, una barca teledirigida que consigue mantener una velocidad constante de 0.5 m/s. Si la velocidad de la corriente del agua es de 0.25 m/s, calcula:
- ¿En qué dirección, respecto a la perpendicular a las orillas del canal, debe ser colocada la barca para que le llegue directamente a la mano al chico?
 - ¿Qué tiempo tarda la barca en cruzar el canal?

Sol: a) 30°; b) 6.9 s.

- 39° Una pelota rueda por un tejado inclinado de 30° respecto a la horizontal y, al llegar a su extremo, a 30 m de altura, queda en libertad con una velocidad de 9 m/s.
- Calcula la ecuación de la trayectoria.
 - Si la anchura de la calle a la que vierte el tejado es de 30 m, ¿llegará directamente al suelo o chocará antes en la pared opuesta?
 - ¿Qué tiempo tarda en llegar al suelo?
 - ¿Cuál es la velocidad en ese momento?

Sol: a) $y = 30 - 0.58x - 0.081x^2$; b) 16.1 m; c) 2.05 s; d) 25.8 m/s.

- 40° Se realiza un lanzamiento oblicuo en la superficie de la Luna con una velocidad de 50 m/s que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Calcula la altura máxima y la distancia alcanzada **Sol:** 987 m.

- 41° Se lanza un objeto con una velocidad inicial tal que sus componentes son:

$$v_{0x} = 60 \text{ m/s} \quad v_{0y} = 80 \text{ m/s}$$

Calcula:

- La altura máxima alcanzada.
- El alcance máximo.

Sol: a) 325.9 m; b) 984 m.

- 42° Desde una altura de 10 m se lanza una piedra con velocidad $v_0 = 12 \text{ m/s}$ formando un ángulo de -20° con la horizontal. Calcula:

- La ecuación de la trayectoria.
- La posición de la piedra al segundo del lanzamiento.
- El tiempo que tarda en impactar con el suelo.
- El alcance máximo.
- La velocidad en el momento de llegar al suelo.

Sol: a) $y = 10 - 0.36x - 0.039x^2$; b) $\vec{r}(1) = (11.3, 0.99) \text{ m}$; c) 1.07 s; d) 12.05 m; e) 18.45 m/s.

- 43° Un chico intenta lanzar una piedra por encima de un muro. El chico está a 6 m de la valla y la altura de esta es de 3 m. Si se lanza con un ángulo de 60° , calcula la velocidad con que debe impulsarla para pasar por encima del muro. **Sol:** 9.78 m/s.
- 44° Una jugadora de baloncesto situada a 8 m de la canasta se levanta y lanza el balón desde una altura de 2.25 m con un ángulo de 45° sobre la horizontal.
- ¿Con qué velocidad debe realizar el lanzamiento para encestar, si el aro está situado en el punto (8, 3) m?
 - ¿Qué tiempo tarda el balón en llegar a la canasta?
- Sol:** a) 9.4 m/s; b) 1.2 s.
- 45° Un jardinero quiere regar la copa de un árbol situada a 5 m de altura. Para ello dirige el agua, que sale a 15 m/s de la manguera, cuya boca está situada a 1 m del suelo, con un ángulo de 60° . ¿A qué distancia de la vertical de la copa del árbol se debe situar?
Sol: 17.14 m.
- 46° Una lanzadora de jabalina realiza un lanzamiento oblicuo de 50° respecto a la horizontal, a una altura, en el momento de soltar la jabalina, de 1.85 m. Si el tiempo que tarda la jabalina en clavarse en el suelo es de 3.5 s, halla:
- La velocidad con la que se realizó el lanzamiento.
 - El tiempo que se tarda en alcanzar la altura máxima.
 - La altura máxima que alcanza la jabalina.
- Sol:** a) 21.8 m/s; b) 1.7 s; c) 16 m.
- 47° En las fiestas de un pueblo, desde una carroza que se mueve con una velocidad constante de 1.5 m/s, lanzan caramelos en la dirección y el sentido del movimiento, con una velocidad de 10 m/s y un ángulo de 40° desde una altura de 3 m. Calcula, respecto de un observador situado en el suelo de la calle:
- La ecuación de la trayectoria de los caramelos.
 - El tiempo que tardan en llegar al suelo.
- Sol:** a) $y = 3 + 0.696x - 0.058x^2$; b) 1.7 s.
- 48° Un pastor lanza una piedra con una honda y alcanza un objetivo que está a 250 m en la horizontal del lugar del lanzamiento. Si el ángulo de salida fue de 45° , calcula la velocidad de lanzamiento. Halla también la altura máxima alcanzada y el tiempo de vuelo. **Sol:** $v_0 = 49.5$ m/s; $t_v = 7.2$ s y $h_{\max} = 62.4$ m.
- 49° En un salto, una pulga ha cubierto una distancia horizontal de 50 cm. Suponiendo que haya efectuado el salto con la inclinación óptima para lograr la distancia máxima, ¿con qué velocidad impulsa su salto? **Sol:** 2.21 m/s.
- 50° Desde un avión, en vuelo horizontal a 150 m de altura, se suelta un paquete cuando lleva una velocidad de 125 m/s.
- ¿Qué tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?
 - ¿Dónde cae, visto desde un observador en tierra?
 - ¿Dónde cae respecto al piloto del avión?
 - Calcula el vector velocidad del paquete a los 3 s de soltarlo.
- Sol:** a) 5.53 s; b) 690.9 m; c) Respecto al piloto cae en vertical; d) (125, -29.4) m/s.

- 51° Se lanza horizontalmente una flecha con un arco desde 1.2 m sobre el suelo. La flecha toca el suelo a 10 m. ¿Con qué velocidad ha salido si se supone nulo el rozamiento con el aire? **Sol:** 20.2 m/s.
- 52° Indica a que altura debe volar un avión con velocidad 70 m/s si quiere dejar caer un paquete que alcance una distancia máxima de 150 m. **Sol:** 22.5 m.
- 53° Desde una motocicleta que lleva una velocidad constante de 6 m/s, se cae un móvil desde 1.3 m de altura. ¿Con qué velocidad llega al suelo? **Sol:** 7.9 m/s.

Formulas de la cinemática de rotación:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad a_c = \frac{v^2}{r}$$
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \quad r = R\theta \quad v = R\omega \quad a = R\alpha$$

Movimiento circular uniforme (4° ESO y 1° de Bachillerato):

- 1° Calcular el periodo de rotación de la tierra sobre si misma expresado en segundos, calcular su velocidad angular, y calcular su velocidad lineal si su radio es de 6370 km. **Sol:** $T = 86400$ s, $\omega = 7.27 \cdot 10^{-5}$ rad/s, $v = 463.24$ m/s.
- 2° Una persona está situada y quieta sobre el ecuador de terrestre. Sabiendo que en el ecuador la persona gira con el ismo con una velocidad de 1667.7 km/h, ¿Qué aceleración centrípeta tiene? **Sol:** 0.34 m/s².
- 3° Un coche enra en una curva circular con una velocidad constante igual a 72 km/h. Mientras está en la curva, la aceleración centrípeta sobre el coche es de 4 m/s². ¿Cuanto vale el radio de la curva? **Sol:** 100 m.
- 4° Un planeta describe una orbita circular alrededor de una estrella, se sabe que tarda un 3 años en dar una vuelta completa. ¿Cuál es el periodo de dicho planeta? ¿Cuánto vale la velocidad angular? ¿Cuánto vale la frecuencia? **Sol:** $T = 94608000$ s, $\omega = 6.64 \cdot 10^{-8}$ rad/s, $f = 1.06 \cdot 10^{-8}$ s⁻¹.
- 5° Una rueda de 0.5 m de diámetro gira a razón de 30 rpm, ¿Cuál es su velocidad angular y su velocidad lineal? ¿Cuál es su periodo? ¿Cuál es su frecuencia? **Sol:** $\omega = 3.14$ rad/s, $v = 0.79$ m/s, $T = 2$ s, $f = 0.5$ s⁻¹.
- 6° La rueda de un vehículo recorre un trayecto de 145 m en un minuto, si la rueda parte del reposo y su radio es de 0.75 m, ¿Cuál es su velocidad angular al final del trayecto? ¿y su aceleración angular? ¿Cuántas vueltas ha dado? **Sol:** $\omega = 6.42$ rad/s, $\alpha = 0.107$ rad/s², 30.65 vueltas.
- 7° La velocidad angular de un volante disminuye uniformemente de 900 a 800 vueltas por minuto en 5 s. Calcular:
a) La aceleración angular del movimiento.
b) El número de vueltas que da en esos 5 s.
c) El tiempo que tarda en detenerse, a partir de ese instante.
Sol: a) $\alpha = -2.1$ rad/s²; b) 70.8 vueltas; c) 40 s.
- 8° La distancia entre la Tierra y la Luna es 385000 km. La Luna tarda 28 días en dar la

vuelta a la Tierra. Con estos datos, calcula:

- La velocidad angular de la Luna.
- Su velocidad lineal.
- Su aceleración.
- Su periodo y su frecuencia.

Sol: a) $\omega = 2.6 \cdot 10^{-6}$ rad/s; b) $v = 999.93$ m/s; c) $a_c = 2.597 \cdot 10^{-3}$ m/s²;
d) $T = 2.42 \cdot 10^6$ s, $f = 4.13 \cdot 10^{-7}$ s⁻¹.

9º Una rueda de 1 metro de diámetro inicia su movimiento con una velocidad inicial de 30 m/s. La rueda se detiene al cabo de un minuto. Determinar:

- La velocidad angular al iniciarse el movimiento.
- La aceleración angular.
- El número de vueltas descritas hasta detenerse.

Sol: a) $\omega = 60$ rad/s; b) $\alpha = 1$ rad/s²; c) 286.5 vueltas.

10º La velocidad lineal de una rueda de radio desconocido es de 40 m/s y su frecuencia es de 3.183 s⁻¹. Determinar el radio y la velocidad angular de esta rueda.

Sol: 2 m y 20 rad/s.

11º El planeta Júpiter tiene un periodo de revolución de 9 horas y 50 minutos y un radio de 71400 km. Calcula:

- La velocidad angular del planeta
- La velocidad lineal de un punto del ecuador
- La aceleración normal de dicho punto.

Sol: a) $1.775 \cdot 10^{-4}$ rad/s; b) 12673 m/s; c) 2.25 m/s².

12º Calcula la aceleración centrípeta de un punto del aspa de un ventilador situado a 0.15 m del eje cuando gira a 1800 rpm. **Sol:** 5324.4 m/s.

13º Una rueda de 0.5 m de radio gira con una velocidad constante de 200 rpm. Calcula la velocidad y la aceleración de un punto de la periferia. **Sol:** 10.5 m/s, 219 m/s².

14º Dejamos en el borde de un disco de 20 cm de radio un céntimo de euro. La ecuación que describe el recorrido tangencial de la moneda es:

$$r = 0.5t \text{ m}$$

Calcula:

- La velocidad de la moneda.
- La aceleración centrípeta de la moneda.

Sol: a) 0.5 m/s; b) 1.25 m/s².

15º Un piloto de Fórmula 1 traza con su coche una curva circular de 100 m de radio a 234 km/h. Calcula la aceleración centrípeta que adquiere. **Sol:** 42.25 m/s².

16º Un reloj analógico tiene tres agujas: la de las horas (0.7 cm), la de los minutos (1.1 cm) y la de los segundos (1.3 cm). Calcula:

- La velocidad angular de cada aguja.
- La velocidad lineal del extremo de cada aguja, en cm/s.

Sol: a) $\omega_h = 1.45 \cdot 10^{-4}$ rad/s, $\omega_m = 1.75 \cdot 10^{-3}$ rad/s, $\omega_s = 0.1$ rad/s;

b) $\omega_h = 1.015 \cdot 10^{-4}$ cm/s, $\omega_m = 1.92 \cdot 10^{-3}$ cm/s, $\omega_s = 0.13$ cm/s.

- 17°** Una lavadora cuyo tambor tiene un radio de 25 cm, centrifuga a 600 rpm. Halla:
- La velocidad angular en rad/s.
 - La aceleración centrípeta de la ropa que se pega al tambor durante el centrifugado.

Sol: a) 62.83 rad/s; b) 987 m/s².

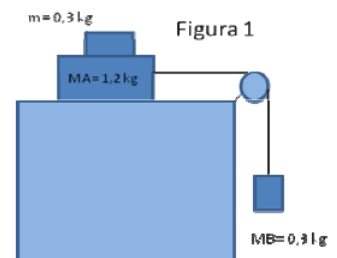
- 18°** En una competición universitaria un lanzador de martillo ha alcanzado la distancia de 65.1 m. Suponiendo que la bola sale con un ángulo de 45°, calcula la velocidad de lanzamiento y la aceleración centrípeta a que estaba sometida la bola en el momento de ser lanzada, si el radio de la circunferencia descrita medía 1.15 m.

Sol: 25.3 m/s y 555 m/s².

DINÁMICA

1. Un cuerpo de 5 Kg de masa está apoyado sobre una superficie horizontal en reposo. El cuerpo comienza a moverse cuando ejercemos una fuerza lateral superior a 10 N. Determina: a) el coeficiente de rozamiento del cuerpo con la superficie; b) la aceleración que adquiere cuando ejercemos una fuerza lateral de 50 N.
2. Un cuerpo de 5 Kg de masa descansa sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0.4. Determina la fuerza de rozamiento que existe entre el cuerpo y la superficie cuando tiramos del cuerpo con una fuerza de 30 N que forma un ángulo de 30 g con la horizontal.
3. En el interior de la caja de un camión reposa un objeto de 10 Kg. Debido a los rozamientos, cuando el camión acelera débilmente, el objeto se mueve solidariamente con el camión con la misma aceleración. Si μ entre el objeto y el camión es 0.5, calcula la aceleración a partir de la cual el objeto deslizará hacia atrás respecto al camión.
4. Un tren está formado por una locomotora de 10 Tm de masa y dos vagones de 5 Tm cada uno. El coeficiente de rozamiento entre el tren y la curva es de 0.5. Si el tren circula con una aceleración de 1 m/s^2 . Calcula: a) la fuerza total que debe ejercer la locomotora para conseguir ese movimiento; b) la tensión que soporta el enganche entre la locomotora y el primer vagón y entre ambos vagones.
5. Un cuerpo de 400 N de peso descansa sobre un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y el plano es de 0,6.
 - a) ¿Qué fuerza mínima horizontal hay que aplicar para poner el cuerpo en movimiento?
 - b) ¿Calcula la fuerza mínima para ponerlo en movimiento si forma un ángulo de 60° con la horizontal.

6. El sistema de la figura 1 se mueve con velocidad constante. Calcula el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano. Si se retira el sobrepeso de 300 g del cuerpo A y se cuelga de B ¿Cuál es la aceleración del sistema? Determina la tensión en la cuerda.

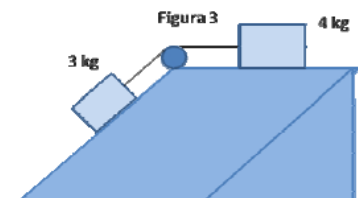


7. Un cuerpo de 2 Kg está sobre un plano inclinado de 30° . El coeficiente de rozamiento es 0.3. Determina: a) la fuerza que hay que aplicar al cuerpo para que ascienda con una aceleración de 1 m/s^2 ; b) ídem para que ascienda con la misma aceleración; c) ídem para que descienda con velocidad constante.
8. Un cuerpo de 2 Kg de masa se encuentra sobre un plano de 37° de inclinación y coeficiente de rozamiento 0.2. Determina: a) la aceleración con que desciende si le dejamos libre; b) la fuerza que debemos ejercer para que descienda con velocidad constante.
9. Un trineo desliza sobre una superficie de hielo que tiene una pendiente del 10%. Si el coeficiente de rozamiento entre el trineo y el hielo es 0.07, calcula la velocidad que poseerá el trineo a los 10 s de iniciado el movimiento.
10. Calcula el ángulo de peralte de una curva cuyo radio es de 200 m, si la velocidad máxima permitida es de 80 km/h. Suponer que no existen rozamientos. Suponiendo

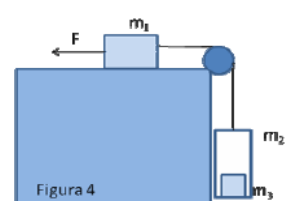
que la curva no está peraltada, señala cual debe ser el valor mínimo del coeficiente de rozamiento, para que los vehículos circulen con la misma velocidad.

11. La máquina de Atwood es un dispositivo formado por dos masas, que cuelgan de los extremos de una polea de masa despreciable. En ausencia de rozamientos y despreciando los efectos debidos a la rotación de la polea, calcula la aceleración si las dos masas son de 2 y 5 Kg, respectivamente, así como la tensión de la cuerda.
12. Dos bloques de 5 y 1 kg de masa, respectivamente, están apoyados sobre una superficie horizontal, uno encima de otro. El coeficiente de rozamiento entre ambos bloques es 0.4. Se aplica una fuerza, que aumenta progresivamente, al cuerpo de 5 kg. Despreciando el rozamiento con la superficie de apoyo, determina que fuerza deberá ejercerse para que el cuerpo de 1 kg comience a deslizar hacia atrás, respecto al de 5 kg.
13. Una alumna desea calcular el coeficiente de rozamiento que existe entre un cuerpo y la superficie sobre la que se apoya. Para ello va inclinando la superficie y observa que cuando el ángulo es 30° , el cuerpo comienza a deslizar, recorriendo 3 m en 2 segundos. Con los datos anteriores, calcula los coeficientes de rozamiento estático y cinético.
14. Dos cuerpos de 5 y 10 kg de masa, unidos entre sí, están sobre una superficie horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es 0.3, calcula la aceleración del sistema y la fuerza que ejerce el primer cuerpo sobre el segundo al aplicar una fuerza de 300 N sobre la masa de 10 kg.
15. Un cuerpo de 3 kg de masa reposa sobre un plano inclinado de 30° unido por una cuerda a otro de 2 kg que cuelga por el extremo vertical del plano. Si el coeficiente de rozamiento es 0.3, determina la aceleración que adquiere el sistema al dejarlo libre, así como la tensión de la cuerda.
16. Un bloque de masa m sube a velocidad constante por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 60° con la horizontal por la acción de una fuerza $F = 230\text{N}$. Calcula el valor de la masa. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano vale 0.15, determina el valor de la fuerza para que el bloque de masa calculada en el apartado anterior suba por el plano con velocidad constante.

17. El sistema de la figura 3 se mueve con aceleración de 1.8 m/s^2 (suponiendo que no hay rozamiento).
 - a) Encuentra el valor de α .
 - b) Si el coeficiente de rozamiento entre los bloques y el plano fuese 0,1 ¿con qué aceleración se movería el sistema.



18. El sistema de la figura 4 se mueve por acción de una fuerza $F = 1370 \text{ N}$. en el interior de la cabina, de masa $m_2 = 100 \text{ kg}$, hay una maleta de masa $m_3 = 10 \text{ kg}$. El coeficiente de rozamiento entre la masa m_1 y el plano es $\mu = 0.2$. La masa $m_1 = 30 \text{ kg}$. La masa de la polea y de la cuerda son despreciables. Calcula:
 - a) La aceleración del sistema.
 - b) La fuerza de contacto entre la maleta y la cabina.



19. ¿Cuál será la lectura de una báscula si una persona de 72 kg de masa está en un ascensor acelerando con $a = 1.5 \text{ m/s}^2$? ¿Qué aceleración debe tener el ascensor para que la báscula marque 630 N?
20. Determina la tensión que soporta un cable que sujeta un ascensor de 1000 kg de masa en los siguientes casos:
- El ascensor está en reposo.
 - Frena al bajar con aceleración de $1,5 \text{ m/s}^2$
 - Sube con velocidad constante.
 - El ascensor sube con aceleración de 1.2 m/s^2 .
21. Una persona de 65 kg monta en un ascensor de 200 kg de masa para iniciar el ascenso. El ascensor arranca con aceleración de 2 m/s^2 . En este momento, y realizando previamente los diagramas de fuerzas pertinentes, determina:
- La tensión del cable del ascensor.
 - La fuerza ejercida sobre el suelo del ascensor.
22. Del techo de un tranvía pende una esfera colgada de un hilo. El tranvía lleva una velocidad de 9 km/h y toma una curva de 36.4 m de radio. ¿Cuál será el ángulo que se desvía el hilo de la esfera en estas condiciones?
23. Con una escopeta se dispara un cartucho de 100 perdigones de 0,4 g cada uno, los que adquieren una velocidad de 280 m/s, ¿cuál es la velocidad de retroceso del arma si pesa 5 kg?. $v_2 = 2,24 \text{ m/s}$
24. Mediante un palo de golf se aplica a una pelota una fuerza de 242,2 N y adquiere una velocidad de 95 m/s. Si la masa de la pelota es de 0,05 kg, ¿durante cuánto tiempo actuó el palo sobre la pelota?. $t = 0,0196 \text{ s}$
25. Una escopeta de masa 5,8 kg lanza un proyectil de masa 20 g con una velocidad de 750 m/s. ¿cuál será la velocidad de retroceso de la escopeta?. $v_1 = 2,59 \text{ m/s}$
26. Una pelota de fútbol de 850 g de masa adquiere una velocidad de 40 m/s mediante un puntapié de 0,2 s de duración, ¿qué fuerza recibió la pelota?. $F = 170 \text{ N}$
27. Determinar la masa de una esfera metálica que por acción de una fuerza de 20 N durante 0,3 s le provoca una velocidad de 2 m/s. $m = 3 \text{ kg}$
28. Una bola de billar que se mueve a 5 m/s choca contra otra bola igual que está parada. Después del choque la primera bola sale formando un ángulo de 30° con la dirección que llevaba y la segunda bola se mueve formando un ángulo de -60° con la dirección inicial de la primera. Calcular los módulos de las velocidades finales de ambas bolas. Sol: 4.3 y 2.5 m/s
29. Un hombre de 70 kg sentado sobre una barquilla de 60 kg dispara su fusil de 3 kg. Si la velocidad de salida de la bala, que pesa 60 g es de 600 m/s, ¿con qué velocidad retrocede la barquilla? Sol: -0.27 m/s